Fonctions dérivées

1) Fonction dérivée d'une fonction donnée

Définition
Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
*On dit que f est **dérivable sur I** si elle est dérivable en tout nombre a de I.*
*La fonction qui, à chaque réel x de I , associe le nombre dérivé $f'(x)$ de f en x est appelée **fonction dérivée de f** et se note f'.*

Exemple

Soit g la fonction carré définie sur $\mathbb{R}$. Démontrons que g est dérivable en tout point a de $\mathbb{R}$.
Pour cela, on étudie le rapport $\dfrac{g(a+h)-g(a)}{h} = \dfrac{\ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots}{h} = \dfrac{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{h} = \ldots\ldots\ldots\ldots$
La limite de .... lorsque h tend vers 0 est ......
La fonction g est donc dérivable pour toute valeur a de $\mathbb{R}$ et $g'(a) = \ldots\ldots$
La fonction dérivée g' de g est définie par $g'(x) = \ldots\ldots$, pour tout x de $\mathbb{R}$.

2) Dérivées des fonctions usuelles

Fonction	**f**	**définie sur**	**dérivable sur**	$\boldsymbol{f'}$
1. Constante	$f(x) = b$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 0$
2. Linéaire	$f(x) = mx$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = m$
3. Affine	$f(x) = mx + p$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = m$
4. Carré	$f(x) = x^2$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 2x$
5. Cube	$f(x) = x^3$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 3x^2$
6. Puissance $n \in \mathbb{N}^*$	$f(x) = x^n$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = nx^{n-1}$
7. Inverse	$f(x) = \dfrac{1}{x}$	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$	$f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$
8. Racine	$f(x) = \sqrt{x}$	$[0; +\infty[$	$]0; +\infty[$	$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

3) Dérivée d'une somme

Théorème
Soit u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I.
La **somme** des fonctions u et v est dérivable sur I et on a $(u+v)' = u' + v'$.

Exemple
La fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x} + x^3 + x$ est dérivable sur .... et on a : $f'(x) =$..............