CH 11
Suites numériques

Trouver la logique

a) 1 ; 4 ; 7 ; ... ; 22 ; 25 ; ...

b) 2 ; -4 ; 8 ; -16 ; ...

c) 1 ; 4 ; 9 ; ... ; 25 ; ... ; 49 ; ... ; 100

d) 24 ; 6 ; $\frac{3}{2}$; ...

e) Un petit casse-tête 1 ; 11 ; 21 ; 1211 ; 111221 ; 312211 ; ...

notation et vocabulaire

Suite

$$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$$

est une fonction qui associe une image à des nombres entiers

$$\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & \rightarrow & \dots \\ 1 & \rightarrow & \dots \\ 2 & \rightarrow & \dots \\ 3 & \rightarrow & \dots \\ & . & \\ n & \rightarrow & \dots \end{array}$$

u_0 est le terme de rang 0

u_1 est le terme de rang 1

u_2 est le terme de rang 2

u_n est le terme de rang n

donner les 5 premiers
termes des suites suivantes

$u_n = n^2 + 3$

$v_n = 2^n - 1$

$w_n = \frac{1}{n}$

2 modes de génération

formule explicite

- définir un terme en fonction de sa position

$$u_n = f(n)$$

exemple

$$u_n = 2n$$

relation de récurrence

- définir un terme en fonction du terme précédent

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

exemple

$$\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$$

besoin du premier terme

donner les 10 premiers termes des suites suivantes

- formule explicite

$u_n = 3n - 1$

$v_n = \frac{3}{n+1}$

w_n est le $n^{\text{ième}}$ chiffre après la virgule de $\sqrt{2}$

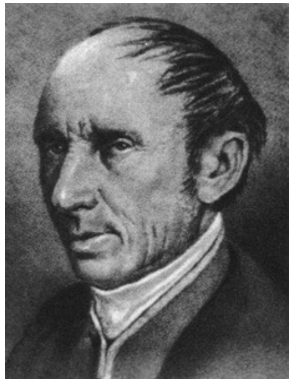
- relation de récurrence

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \frac{v_n}{v_n+1} \end{cases}$$

w_{n+1} est le double du chiffre des unités de w_n et $w_1 = 1$

un peu d’histoire

Les suites de nombres sont apparues très tôt dans l'histoire des maths. Dés que l'on répète un procédé de calcul on obtient une suite. Archimède (-287 à -212 AJC) est connu pour avoir trouvé une valeur approchée de π en s'intéressant aux longueurs de polygones réguliers inscrit dans un cercle. ARCHIMEDE ➔	
Dans son Cours d'analyse de l'école Polytechnique en 1821, le mathématicien Augustin-Louis CAUCHY écrit : « Une **suite** est une succession infinie de quantités qui se succèdent en vertu d’une loi déterminée. Ces quantités sont elles-mêmes les différents **termes de la suite** ». *Une définition plus rigoureuse pourra être donnée après le bac. Pour le lycée, nous pouvons conserver celle de CAUCHY.*	 CAUCHY

1 u est la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{2n+1}{n+1}$. Calculer u_4.

2 u est la suite définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = \sqrt{n-1}$.

Calculer les trois premiers termes de la suite.

3 u est la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = (n-5)^2 + 2$. Calculer u_3.

4 u est la suite définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 4 \end{cases}$. Calculer u_1 puis u_2.

5 u est la suite définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{u_n} + 1 \end{cases}$. Calculer u_1, u_2 et u_3.

6 u est la suite définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = (n+1)u_n \end{cases}$.

1) Calculer u_1 puis u_2.

2) Écrire u_n en fonction de u_{n-1}.

7 u est la suite définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = 1 + 2 + \ldots + n$.

Calculer les quatre premiers termes de cette suite.

8 u est la suite définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = 1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2^2} \ldots + \dfrac{1}{2^n}$.

Calculer les quatre premiers termes de cette suite.