Méthodes CH6

MÉTHODE Résoudre une équation irrationnelle

On utilise le fait que l'égalité $\sqrt{a} = b$ équivaut à $a = b^2$ et $b \geq 0$.

Exercice d'application

Résoudre l'équation $\sqrt{x-1} = 2$.

Correction

On examine les conditions d'existence : $x - 1 \geq 0$ c'est-à-dire $x \geq 1$.
On résout alors l'équation dans $[1\,;\,+\infty[$.

$$\sqrt{x-1} = 2 \Leftrightarrow x - 1 = 2^2 \Leftrightarrow x - 1 = 4 \Leftrightarrow x = 5$$

Cette solution convient car elle appartient à $[1\,;\,+\infty[$, donc $S = \{5\}$.

MÉTHODE Résoudre une inéquation avec racines carrées

Exercice d'application

Résoudre l'inéquation $\sqrt{x} > 10^{-3}$.

Correction

On examine les conditions d'existence : $x \geq 0$. On résout dans $[0\,;\,+\infty[$.

$\sqrt{x} > 10^{-3} \Leftrightarrow \left(\sqrt{x}\right)^2 > \left(10^{-3}\right)^2$ car la fonction carré est strictement croissante sur $[0\,;\,+\infty[$

$\Leftrightarrow x > 10^{-6}$

$S = \left]10^{-6}\,;\,+\infty\right[$

MÉTHODE Étudier et représenter une fonction avec des valeurs absolues

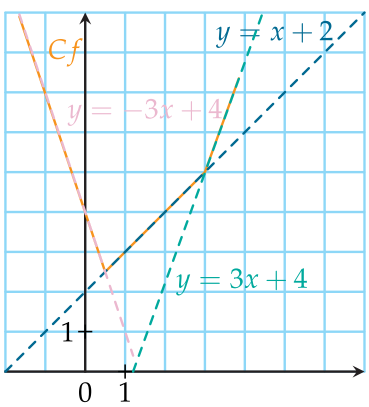
Pour écrire l'expression $|A(x)|$ sans barre de valeur absolue, on cherche le signe de $A(x)$.
Lorsque l'expression $A(x)$ est positive, alors $|A(x)| = A(x)$.
Lorsque l'expression $A(x)$ est négative, alors $|A(x)| = -A(x)$.

Exercice d'application

Écrire sans valeur absolue :
$f(x) = |x-3| + |-2x+1|$.
Puis représenter f.

Correction

x	$-\infty$ $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$ 3	3 $+\infty$
$\|x-3\|$	$-x+3$	$-x+3$	$x-3$
$\|-2x+1\|$	$-2x+1$	$2x-1$	$2x-1$
$f(x)$	$-3x+4$	$x+2$	$3x-4$



MÉTHODE Etudier le sens de variation d'une fonction

Exercice d'application

Démontrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-8x+3$ est strictement croissante sur l'intervalle $\left[4;+\infty\right[$.

Correction

Soit a et b deux nombres réels tels que : $4 \leq a < b$.

$$f(a)-f(b)=a^2-8a+3-b^2+8b-3$$
$$=a^2-b^2-8a+8b$$
$$=(a-b)(a+b)-8(a-b)$$
$$=(a-b)(a+b-8)$$

Comme $a<b$, on a : $a-b<0$.

Comme $a \geq 4$ et $b>4$, on a : $a+b>8$, soit : $a+b-8>0$

On en déduit que : $f(a)-f(b)<0$ et donc : $f(a)<f(b)$.

La fonction f est donc strictement croissante sur l'intervalle $\left[4;+\infty\right[$.