taux d'accroissement de f en a

$$\frac{\Delta f}{\Delta x}(a) = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

nombre dérivé de f en a

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

coefficient directeur de la droite tangente

MÉTHODE 1 Déterminer un nombre dérivé

Exercice d'application

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2$.
Déterminer s'il existe $f'(3)$.

Correction

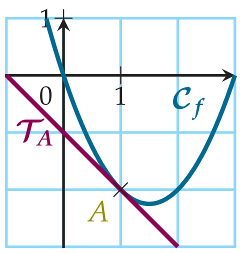
Pour tout $h \neq 0$: $\frac{\Delta f}{\Delta x}(3) = \frac{(3+h)^2 - 3^2}{h} = \frac{6h+h^2}{h} = 6+h$ d'où $\frac{\Delta f}{\Delta x}(3) = 6+h \underset{h \to 0}{\rightarrow} 6$.
On obtient un nombre réel donc f est dérivable en 3 et $f'(3) = 6$.

MÉTHODE 2 Déterminer l'équation réduite d'une tangente

1) On calcule $\frac{\Delta f}{\Delta x}(a)$ puis on fait tendre h vers 0.
2) Si f est dérivable en a, la tangente a alors pour équation réduite $y = f'(a)x + p$.
3) On trouve p en utilisant les coordonnées d'un point de la tangente : $A(a\ ;\ f(a))$.

Exercice d'application Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x$.
Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse 1.

Correction $\frac{\Delta f}{\Delta x}(1) = \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \frac{[(1+h)^2 - 3(1+h)] - [1^2 - 3 \times 1]}{h} = \frac{h^2-h}{h} = h-1.$

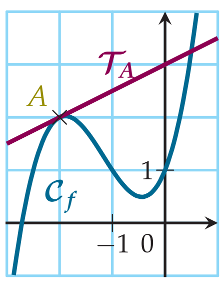


Lorsque $h \to 0$, on a : $h - 1 \to -1$.
f est donc dérivable en 1 et on a $f'(1) = -1$.
Ainsi, $\mathcal{T}_A$ a pour équation $y = -x + p$. On utilise maintenant le point $A(1\ ;\ f(1))$, c'est-à-dire $A(1\ ;\ -2)$ et on obtient $-2 = -1 + p$, c'est-à-dire $p = -1$. $\mathcal{T}_A$ a donc pour équation réduite $y = -x - 1$.

MÉTHODE 3 Lire graphiquement un nombre dérivé

Exercice d'application

Soit f une fonction dont on donne la représentation graphique. La droite $\mathcal{T}_A$ est tangente à la courbe au point A d'abscisse -2.
Déterminer graphiquement $f'(-2)$.



Correction $f'(-2)$ est le coefficient directeur de $\mathcal{T}_A$. Graphiquement, on a $f'(-2) = \frac{1}{2}$.