

FRACTIONS ET NOMBRES DECIMAUX

MARDI 7 FÉVRIER 2017

FORMATION DE FORMATEURS

- 1. Présentation**
- 2. Mise au point en mathématiques**
- 3. Thème 1 : les fractions usuelles**
- 4. Thème 2 : les fractions décimales**
- 5. Thème 3 : l'écriture décimale d'un nombre décimal**
- 6. Synthèse**

Francoise.Bloch@ac-grenoble.fr

Marie-Caroline.Croset@univ-grenoble-alpes.fr

Thomas.Clopez@ac-grenoble.fr

Denis.Grange@ac-grenoble.fr

Benjamin.Guelff@ac-grenoble.fr

Geraldine.Mastrot@ac-grenoble.fr

delphine.simeray-hamelin@ac-grenoble.fr

Evelyne.Touchard@ac-grenoble.fr

DES RESSOURCES



éduscol

Informer et accompagner les professionnels de l'éducation



Contenus et pratiques
d'enseignement

Scolarité et parcours
de l'élève

Vie des écoles
et des établissements

Politiques éducatives
et partenariats

Accueil du portail > Contenus et pratiques d'enseignement > École élémentaire et Collège > Cycle 3 > Mathématiques

Mathématiques

Ressources d'accompagnement du programme de mathématiques (cycle 3)

Imprimer

Nombres et calculs

- [Le calcul aux cycles 2 et 3](#)
- [Le calcul en ligne au cycle 3](#)
- [Fractions et nombres décimaux au cycle 3](#) (mise à jour du 9-12-2016 : ajout de 5 annexes)

Grandeurs et mesures

- [Grandeurs et mesures au cycle 3](#)

Espace et géométrie

- Espace et géométrie au cycle 3
- [Initiation à la programmation aux cycles 2 et 3](#)

La proportionnalité, champ d'étude commun aux trois thèmes des programmes

- [Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3](#) [\[dossier complet\]](#)

DES RESSOURCES



Fractions et nombres décimaux au cycle 3

Pour que les élèves comprennent pleinement les données numériques exprimées avec des fractions ou sous forme décimale, et puissent mobiliser ces nombres dans la résolution de problèmes, leur première approche de ces notions est essentielle. Elle doit d'abord s'appuyer sur des activités dans lesquelles le nombre entier montre ses limites ; les activités de calcul, décrochées ou en situation, viennent ensuite appuyer cette construction qui se fait sur toute la durée du cycle 3.

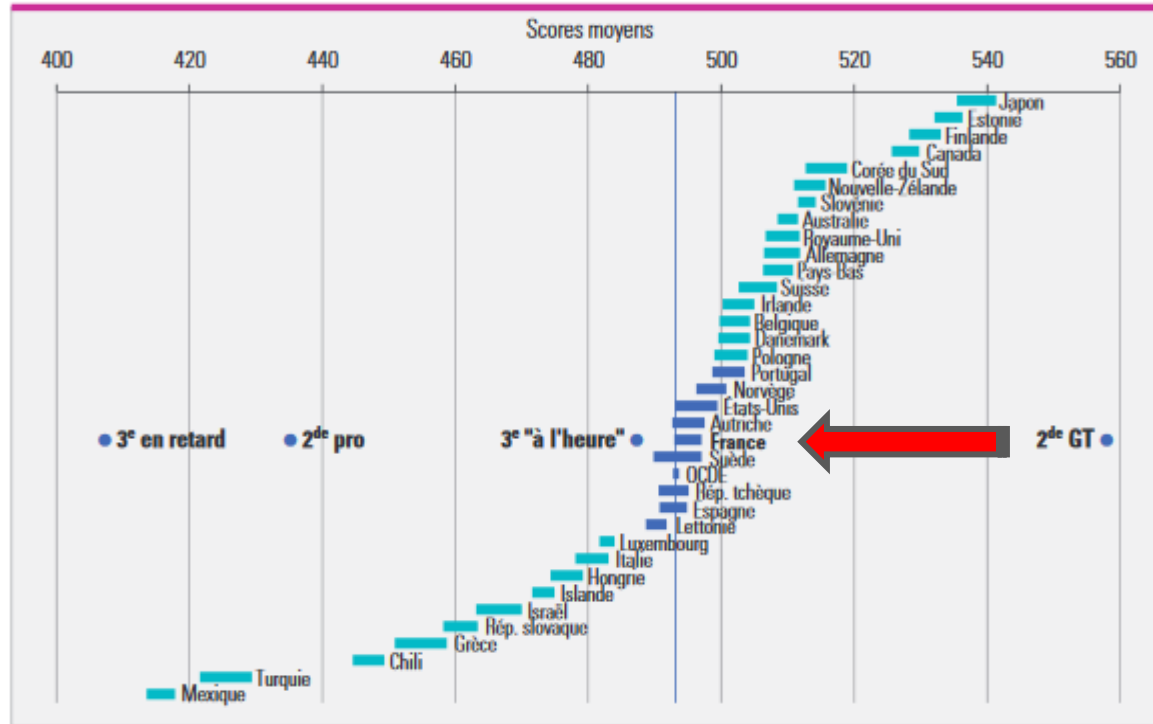
LES ENQUÊTES PISA ET TIMSS

AUXQUELLES LA FRANCE PARTICIPE

	PISA	TIMSS	TIMSS <i>Advanced</i>
PILOTE DE L'ENQUÊTE	OCDE <i>ORGANISATION INTER-GOUVERNEMENTALE</i>	IEA <i>ASSOCIATION INTERNATIONALE DE CHERCHEURS</i>	
POPULATION	ÉLÈVES DE 15 ANS	ÉLÈVES DE CM1	ÉLÈVES DE TERMINALE S
ÉCHANTILLON EN FRANCE	6 000 ÉLÈVES	5 000 ÉLÈVES	8 000 ÉLÈVES
NOMBRE DE PAYS	71 <i>DONT 34 DE L'OCDE</i>	48 <i>DONT 26 DE L'OCDE</i>	9 <i>DONT 7 DE L'OCDE</i>
PÉRIODICITÉ	TOUS LES 3 ANS	TOUS LES 4 ANS	IRRÉGULIER
DATE DE CRÉATION	2000	1995	

PISA 2015

1 – Résultats des pays sur l'échelle internationale de culture scientifique (PISA 2015) et position des élèves en France en fonction de la classe fréquentée



En culture scientifique, le score moyen de la France, comme celui de l'OCDE dans son ensemble, reste stable entre 2006 et 2015 et se situe dans la moyenne des pays de l'OCDE.

Parmi les pays de l'OCDE, les résultats de la France sont le plus fortement corrélés avec le niveau socio-économique et culturel des familles.

Évaluation des élèves de 15 ans

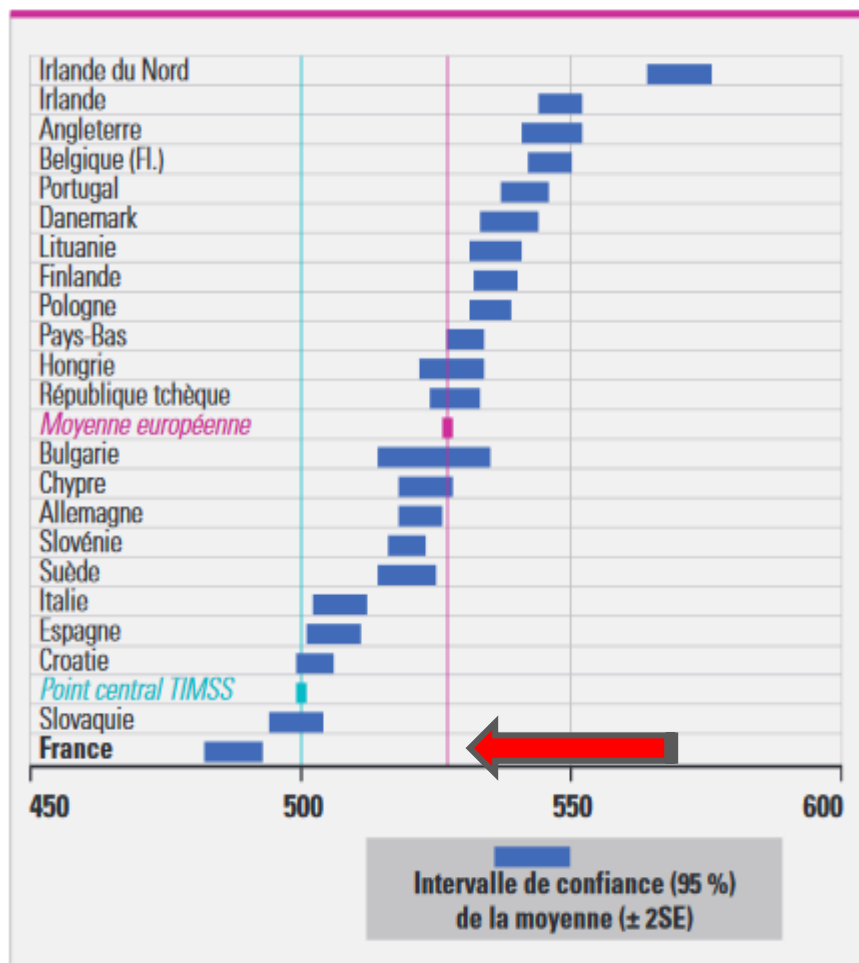
TIMSS 2015

L'étude internationale TIMSS 2015 mesure les performances en mathématiques et en sciences des élèves à la fin de la quatrième année de scolarité obligatoire : CM1 pour la France.

Avec un score de 488 points en mathématiques et de 487 points en sciences, la France se situe en deçà de la moyenne internationale (500 points en mathématiques et en sciences), et de la moyenne européenne (527 points en mathématiques ; 525 points en sciences), globalement et quel que soit le domaine de contenus ou le domaine cognitif considéré.

Les élèves français sont surreprésentés dans le quartile le plus faible (44% en mathématiques au lieu des 25% attendus ; 45% en sciences).

2 – Répartition des performances des pays de l'Union européenne en mathématiques



Sources : IEA / MENESR-DEPP

En France, 13 % des élèves en mathématiques et 12 % en sciences ne maîtrisent pas des compétences élémentaires. En Europe, ils sont en moyenne seulement 5 %.

TIMSS 2015

7 – Scores moyens de la France aux trois domaines cognitifs

TIMSS 2015 France	Score moyen global	Score moyen		
		Connaître	Appliquer	Raisonner
Mathématiques	488	484	488	491
Sciences	487	482	494	481

Lecture : le score moyen de la France dans le domaine « Connaître » est significativement inférieur au score moyen global tant en mathématiques qu'en sciences.

En gras : la différence au score moyen global est significative.

Sources : IEA / MENESR-DEPP.

TIMSS 2015

7 – Scores moyens de la France aux trois domaines cognitifs

TIMSS 2015 France	Score moyen global	Score moyen		
		Connaître	Appliquer	Raisonner
Mathématiques	488	484	488	491
Sciences	487	482	494	481

Lecture : le score moyen de la France dans le domaine « Connaître » est significativement inférieur au score moyen global tant en mathématiques qu'en sciences.

En gras : la différence au score moyen global est significative.

Sources : IEA / MENESR-DEPP.

5 – Scores moyens de la France et de l'UE aux trois domaines de contenus en mathématiques

	Score moyen global	Score moyen		
		Nombre	Formes géométriques et mesures	Présentation de données
France	488	484	503	475
UE	527	526	529	525

Lecture : le score moyen de la France dans le domaine « Formes géométriques et mesures » (503) est significativement supérieur au score moyen global de mathématiques (488).

En gras : la différence au score moyen global est significative.

Sources : IEA / MENESR-DEPP.

Présentation

CONSTATS CONFÉRENCE DE CONSENSUS

40% des élèves en difficulté en mathématiques

→ Facteurs du côté de l'apprentissage (élèves)

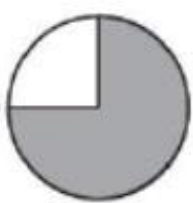

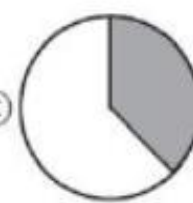
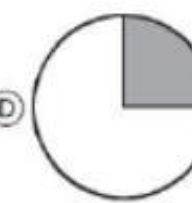
→ Facteurs du côté de l'enseignement

Seulement 27% des élèves de CM2 sont capables de déterminer l'écriture décimale correspondante à $\frac{1}{4}$;

Exemple 5 : TIMSS4 -2015 – Fraction de disque (M041065)

Taxonomie de complexité cognitive de Gras

A. Lequel des cercles ci-dessous a les $\frac{3}{8}$ de sa surface grisés ?

(A)  (B)  (C)  (D) 

B. Explique ou montre pourquoi ta réponse est correcte.

Exemple d'exercice issu de PISA 2012 « Cargo à voile » question 1

Énoncé

Quatre-vingt-quinze pour cent du commerce mondial s'effectue par voie maritime, par environ 50 000 bateaux-citernes, vraquiers et porte-conteneurs. La plupart de ces cargos fonctionnent au diesel.

Des ingénieurs ont l'intention de mettre au point un système utilisant la puissance du vent pour assister les cargos. Ils proposent de fixer un cerf-volant servant de voile sur les cargos et ainsi d'utiliser la puissance du vent pour diminuer la consommation de diesel ainsi que l'impact de ce carburant sur l'environnement.

Question

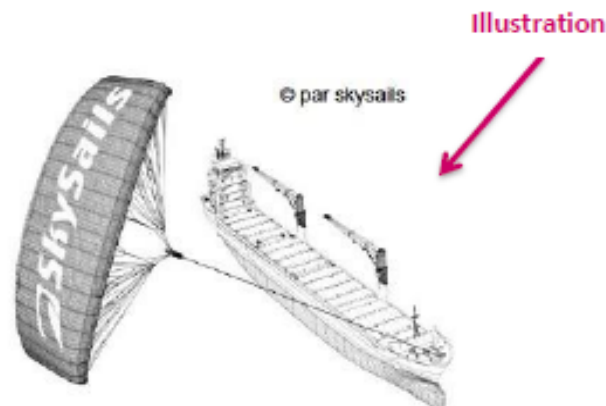
Les cerfs-volants ont l'avantage de voler à une hauteur de 150 m. Là-haut, la vitesse du vent est approximativement de 25 % supérieure à celle au niveau du pont du cargo.

Quelle est la vitesse approximative à laquelle le vent souffle dans le cerf-volant lorsque la vitesse du vent est de 24 km/h sur le pont du cargo ?

- A. 6 km/h B. 18 km/h C. 25 km/h D. 30 km/h E. 49 km/h

QCM

L'objectif de cette question est d'appliquer un pourcentage dans une situation contextualisée. La réponse à cette question peut être obtenue par un calcul mental.



Taux de réussite à l'exercice « Cargo à voile » question 1

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA2012	54 %	64 %	58 %	73 %	57 %

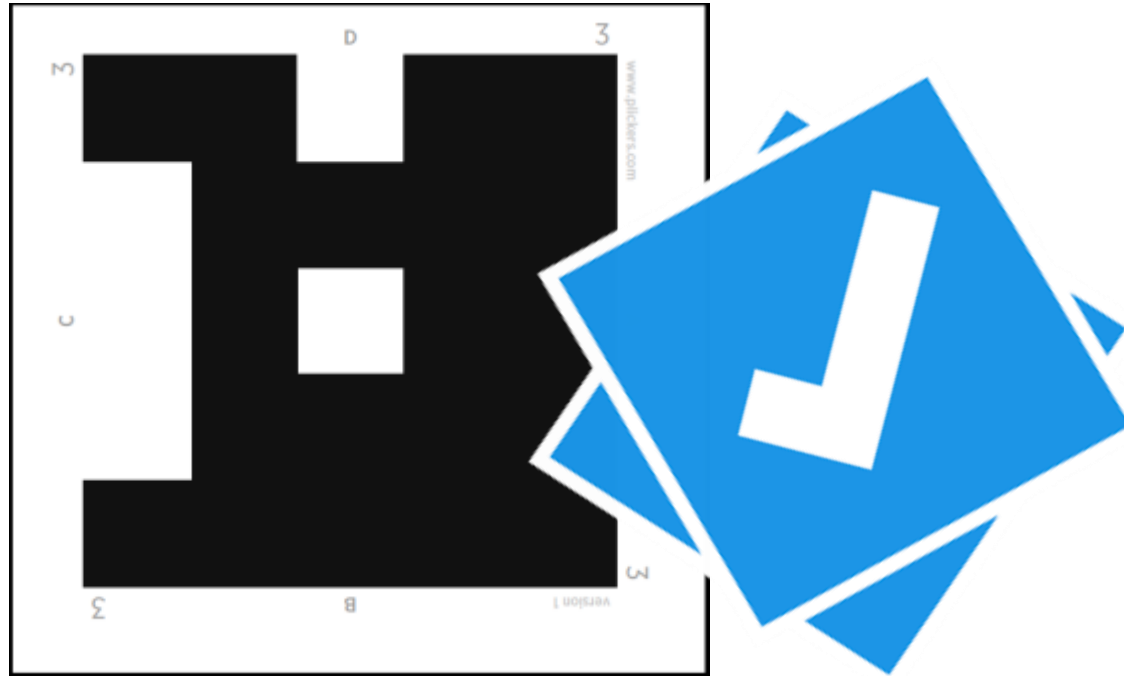
FORMATION DE FORMATEURS

1. **Présentation**
2. **Mise au point en mathématiques**
3. **Thème 1 : les fractions usuelles**
4. **Thème 2 : les fractions décimales**
5. **Thème 3 : l'écriture décimale d'un nombre décimal**
6. **Synthèse**

MISE AU POINT EN MATHÉMATIQUES

Une modalité de plus dans vos bagages...

<https://plickers.com/library>



<http://www.ac-orleans-tours.fr/uploads/media/tutoriel-plickers.pdf>

MISE AU POINT EN MATHÉMATIQUES

Plusieurs écritures pour un même nombre....

$$\frac{5}{4}$$

un nombre décimal en écriture fractionnaire

$$\frac{125}{100}$$

Fraction décimale

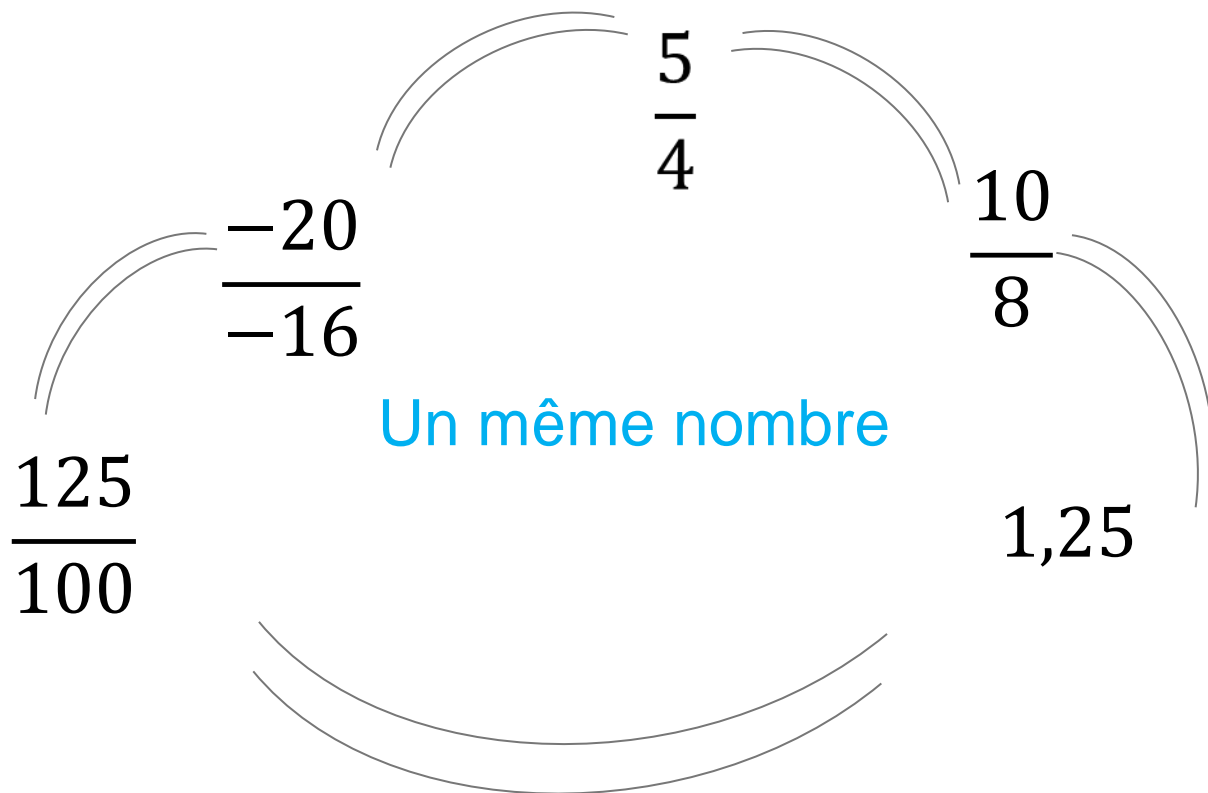
1,25

Écriture décimale limitée

L'écriture décimale est un codage conventionnel d'une somme de fraction décimale

MISE AU POINT EN MATHÉMATIQUES

Plusieurs écritures pour un même nombre....



Une écriture peut en cacher une autre !

MISE AU POINT EN MATHÉMATIQUES

Réponses (Plickers)

Question 1

1/2 est

- un nombre décimal → V
- une fraction décimale → F
- les deux → F
- ni l'un, ni l'autre → F

Question 2

1/3 est

- un nombre décimal → F
- une fraction décimale → F
- les deux → F
- ni l'un, ni l'autre → V

Question 3

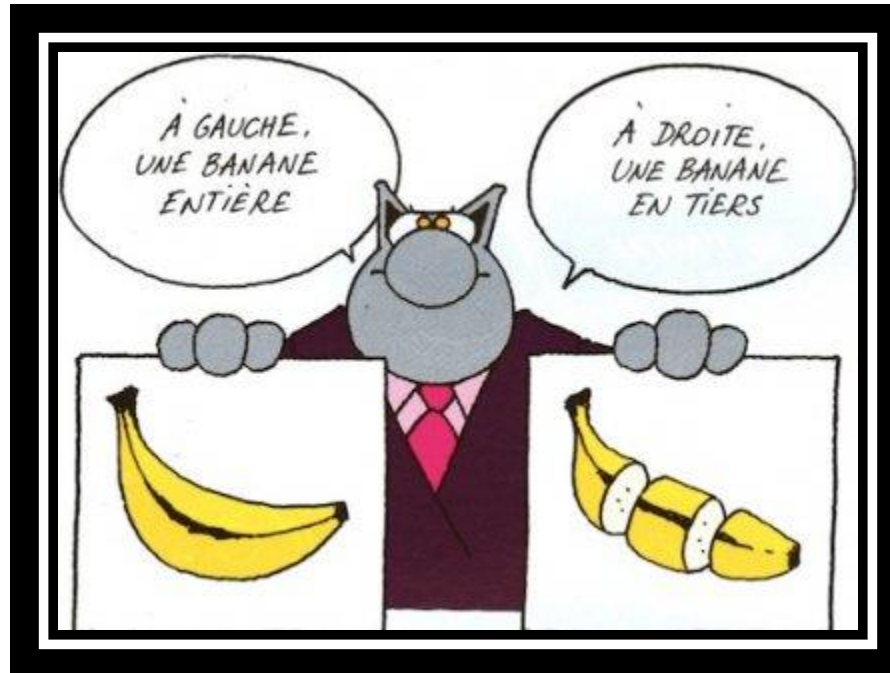
Un nombre à virgule est un nombre décimal → F

MISE AU POINT EN MATHÉMATIQUES

Organisation didactique et... de la journée !

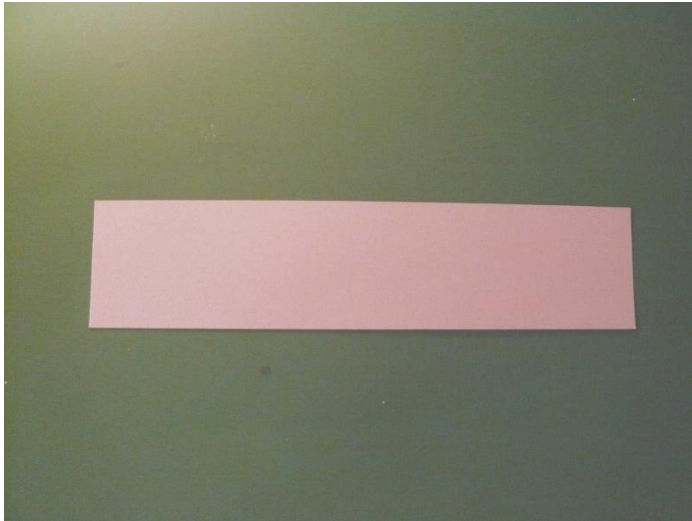
Approche de nouveaux nombres en écriture fractionnaire	Les nombres décimaux sous leur forme de fractions décimales	Les nombres décimaux en écriture décimale
(période 2, CM1)	(période 3, CM1)	(période 4-5, CM1)
Thème 1	Thème 2	Thème 3

THÈME 1 : LES FRACTIONS SIMPLES

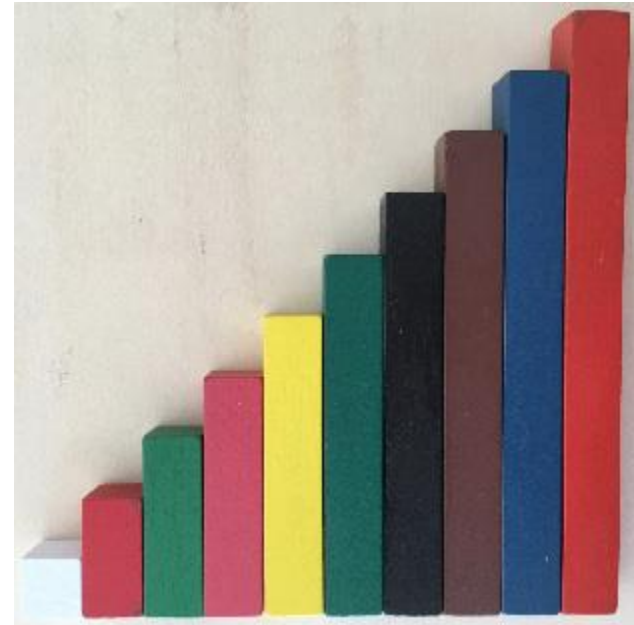


THÈME 1 : LES FRACTIONS SIMPLES

LA BANDE UNITÉ ERMEL CM1



REGLETTES CUISINAIRE



THÈME 1 : LES FRACTIONS SIMPLES


2- Les points de vigilance

Bande unité	Réglettes	Points de vigilance
Proposer des situations concrètes, avec des manipulations		Commencer tôt dans l'année de CM1
Fraction peut être plus grande que 1		Expliciter le terme unité
Unité de comptage comme sous partie de l'unité de référence		
Manipuler différents supports (bande, réglettes, disque, cartons...)		Proposer différentes entrées pour stabiliser la notion de fraction
Importance de l'oral pour parler les fractions		Privilégier l'oral avant l'écrit
Pliage en parts équitable		Valider le partage équitable

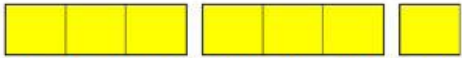
THÈME 1 : LES FRACTIONS SIMPLES

LA CARTE D'IDENTITÉ D'UN NOMBRE

Sept tiers $\frac{7}{3}$



L'unité est la pêche

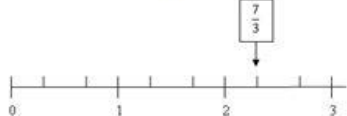


On dispose de plusieurs unités. On partage chaque unité en trois parts égales et on prend 7 parts.

$\frac{7}{3}$ est plus grand qu'une unité

$2 + \frac{1}{3}$ $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$
2 unités et un tiers 7 fois $\frac{1}{3}$

$2 < \frac{7}{3} < 3$



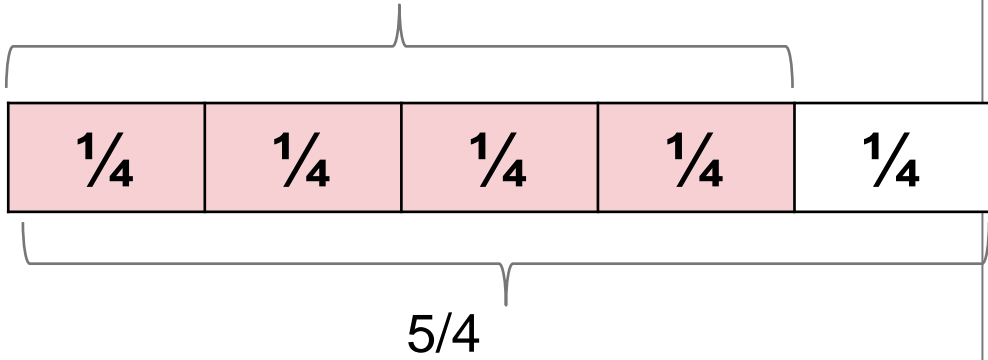
Le nombre qui, multiplié par 3, donne 7
 $3 \times \dots = 7$ $\frac{7}{3} = 7 \div 3$

$\frac{14}{6}$ $\frac{35}{15}$ $\frac{70}{30}$ $\frac{7}{3} \approx 2,333\dots$

$\frac{7}{3}$ n'est pas un nombre décimal

DÉFINITION DE LA FRACTION PARTAGE

U



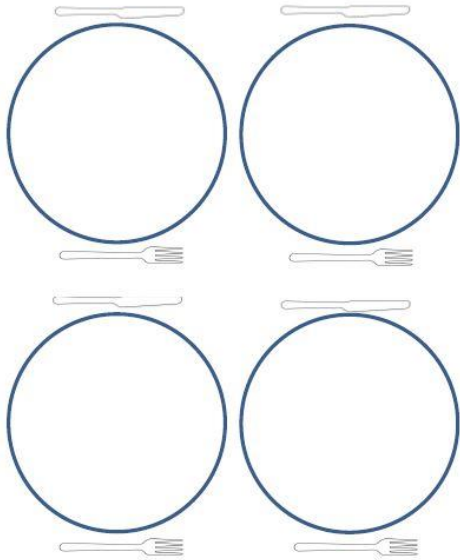
« On a une unité. On partage cette unité en 4 parts égales. On prend 5 parts.

3- Deux niveaux d'institutionnalisation

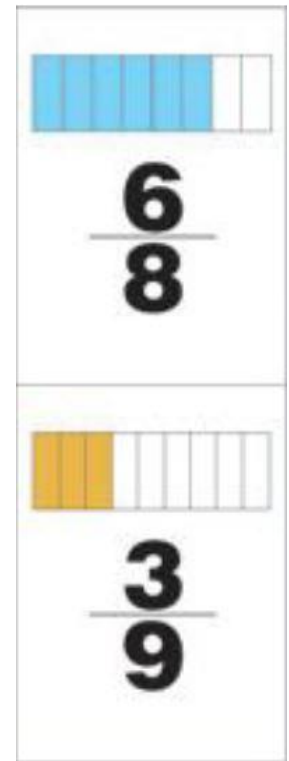
En fin de séance : bilan oral ou écrit
Au sein de la séquence: institutionnalisation élaborée à partir des bilans précédents et sur des exemples étudiés.

3- L'importance de l'entraînement

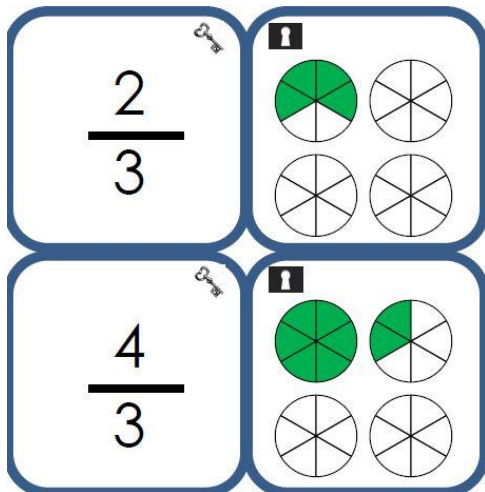
Les fractions à table



Bataille
des
fractions



Association de fractions



Par le biais d'activités rituelles, de jeux, par des décompositions réalisées à l'oral,...

Ces notions doivent continuer à être travaillées de manière régulière.

PLAN DU THÈME 2

1- Entraînements et rituels

2- Deux situations de références :

- **La situation "graduations"**
- **La situation "fractions-étiquettes"**

3- Points de vigilance

DES FRACTIONS SIMPLES... ...AUX FRACTIONS DÉCIMALES

A partir des situations de références du thème 1, développer des compétences :

Lire – écrire une fraction

Placer une fraction sur une ligne graduée

Représenter une fraction

Comparer avec l'unité

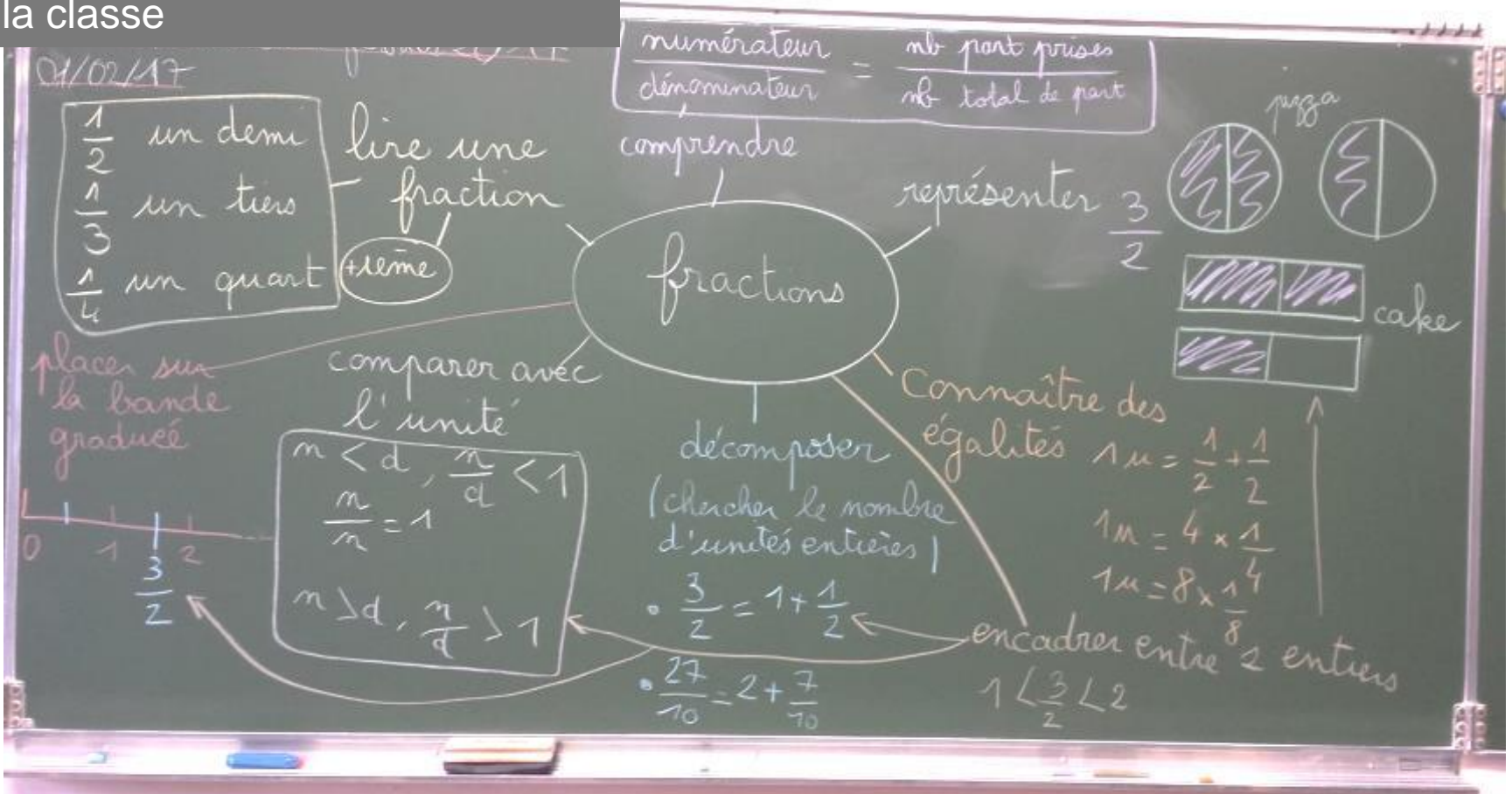
Décomposer une fraction

Associer des écritures différentes

Encadrer entre deux entiers

DES FRACTIONS SIMPLES... ...AUX FRACTIONS DÉCIMALES

Carte mentale construite avec la classe



DES FRACTIONS SIMPLES... ...AUX FRACTIONS DÉCIMALES

Fractions

- Lire une fraction**
 - $\frac{1}{1} = 1$ **Unité**
 - $\frac{1}{4}$ **Quart**
 - $\frac{1}{2}$ **Demi**
 - $\frac{1}{10}$ **Dixième**
 - $\frac{1}{3}$ **Tiers**
- Comprendre une fraction**
 - 4 est le dénominateur : il indique qu'on a partagé l'unité en 4 parts égales. $\frac{3}{4}$
 - 3 indique qu'on a reparté 3 fois une part. $\frac{3}{4}$
 - 10 est le dénominateur : il indique qu'on a partagé l'unité en 10 parts égales. $\frac{14}{10}$
 - 14 indique qu'on a reparté 14 fois une part. $\frac{14}{10}$

Les fractions dont le dénominateur est 10, 100, 1 000 sont des fractions décimales.
- Représenter une fraction**
 - "Pizzas"
 - "Cakes"
- Encadrer une fraction entre 2 entiers**

$$1 < \frac{3}{2} < 2$$

$$3 < \frac{38}{10} < 4$$
- Décomposer**

Chercher le nombre d'unités entières

$$\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{23}{10} = 2 + \frac{3}{10}$$
- Comparer une fraction avec l'unité**
 - si numérateur = dénominateur, fraction = 1
 - si numérateur < dénominateur, fraction < 1
 - si numérateur > dénominateur, fraction > 1
- Placer une fraction sur la bande graduée**
- Connaître des égalités**

1 unité	
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

Demi sur deux : 2×2 demis, 6×6 quarts, 6×3 sixièmes
 Deux sur deux : 2×2 quarts, 2×4 huitièmes
 Deux sur quatre : 2×2 huitièmes

Fractions usuelles

... puis mise en forme pour les élèves

RITUEL : LA FRACTION DU JOUR

$$\frac{9}{2}$$

LA FRACTION DU JOUR :

JE TROUVE DIFFÉRENTES ÉCRITURES :

$\frac{18}{4}$	$40 + \frac{1}{2}$
neuf demis	⊕ ⊕ ⊕ ⊕

JE LA COMPARE AVEC L'UNITÉ : $\frac{9}{2}$

JE L'ENCADRE ENTRE DEUX ENTIERS :

JE LA PLACE SUR LA DROITE NUMÉRIQUE :

LA FRACTION DU JOUR :

JE TROUVE DIFFÉRENTES ÉCRITURES :

neuf demis		$4u + \frac{1}{2}$
$\frac{18}{4} = 9 \times \frac{1}{2}$	$\frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$	$5u - \frac{1}{2}$

JE LA COMPARE AVEC L'UNITÉ : $\frac{9}{2} > 1$

JE L'ENCADRE ENTRE DEUX ENTIERS : $4 < \frac{9}{2} < 5$

JE LA PLACE SUR LA DROITE NUMÉRIQUE :

RITUEL : LA FRACTION DU JOUR

8
—
3

LA FRACTION DU JOUR : $\frac{8}{3}$

JE TROUVE DIFFÉRENTES ÉCRITURES :

		$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$
--	--	---

La fraction du jour : $\frac{8}{3}$

JE TROUVE DIFFÉRENTES ÉCRITURES :

	$2 + \frac{2}{3}$	$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$
$1 \times 2 + \frac{2}{3}$	$1 + 1 + \frac{2}{3}$	<u>Huit tiers</u>

JE LA COMPARE AVEC L'UNITÉ : $\frac{8}{3} > 1$

JE L'ENCADRE ENTRE DEUX ENTIERS : $2 < \frac{8}{3} < 3$

JE LA PLACE SUR LA DROITE NUMÉRIQUE :

LA FRACTION DU JOUR : $\frac{8}{3}$

JE TROUVE DIFFÉRENTES ÉCRITURES :

	$3 - \frac{1}{3}$	$8 \times \frac{1}{3}$
$2 + \frac{2}{3}$	$\frac{3}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$	Huit tiers

JE LA COMPARE AVEC L'UNITÉ : $\frac{8}{3} > 1$

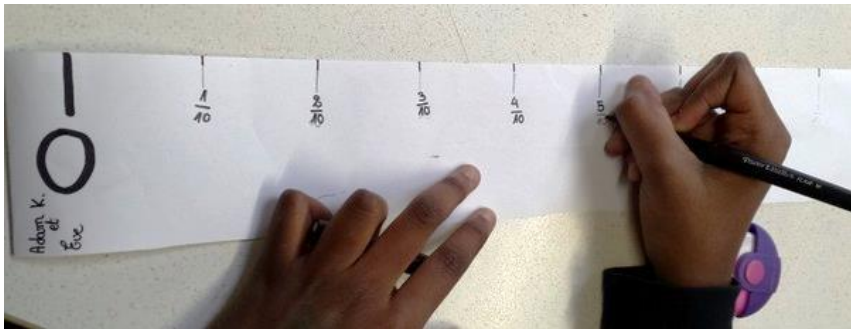
JE L'ENCADRE ENTRE DEUX ENTIERS : $2 < \frac{8}{3} < 3$

JE LA PLACE SUR LA DROITE NUMÉRIQUE :

COMPARAISON DES SITUATIONS

Quels sont les points communs et les différences entre les 2 situations ?

GRADUATIONS

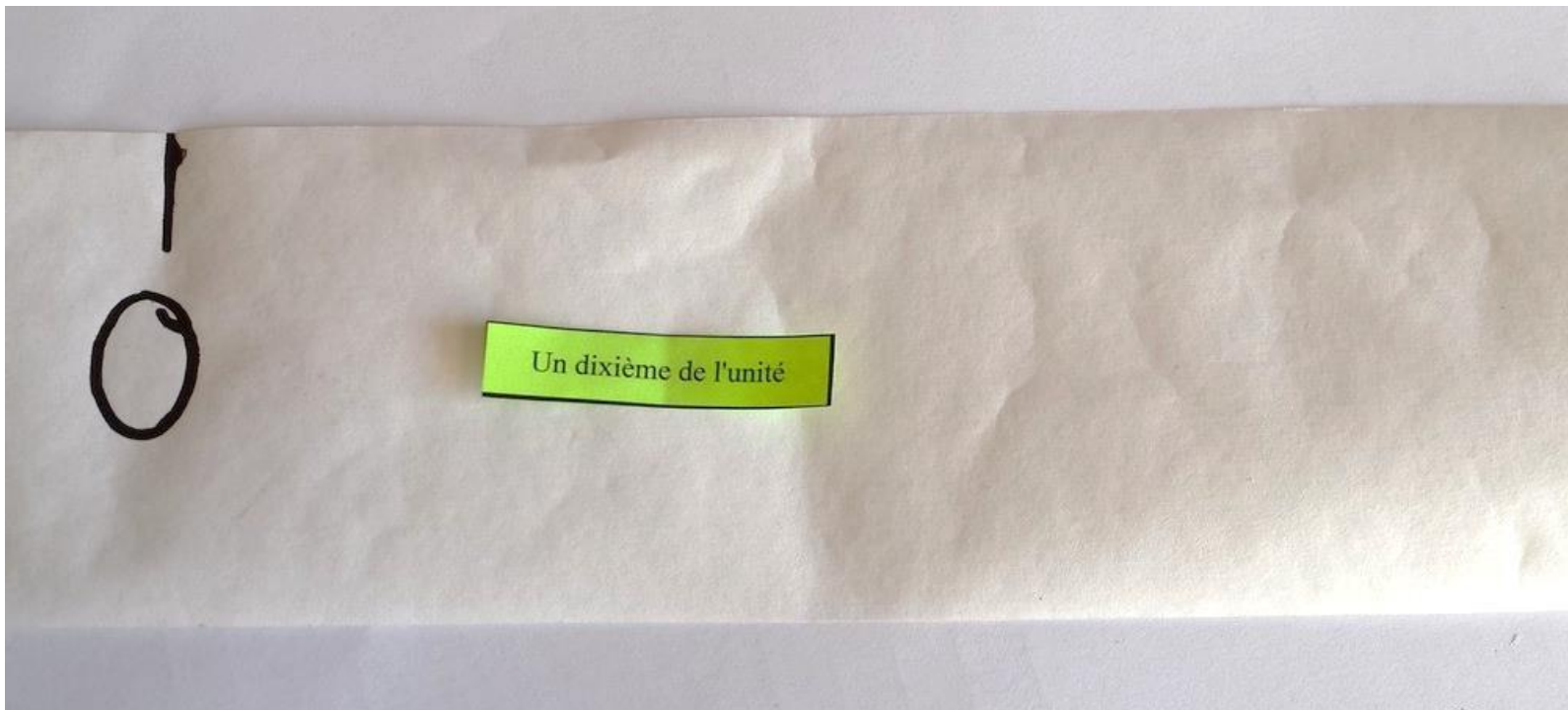


FRACTIONS-ÉTIQUETTES



SITUATION "GRADUATIONS" (ERMEL CM2)

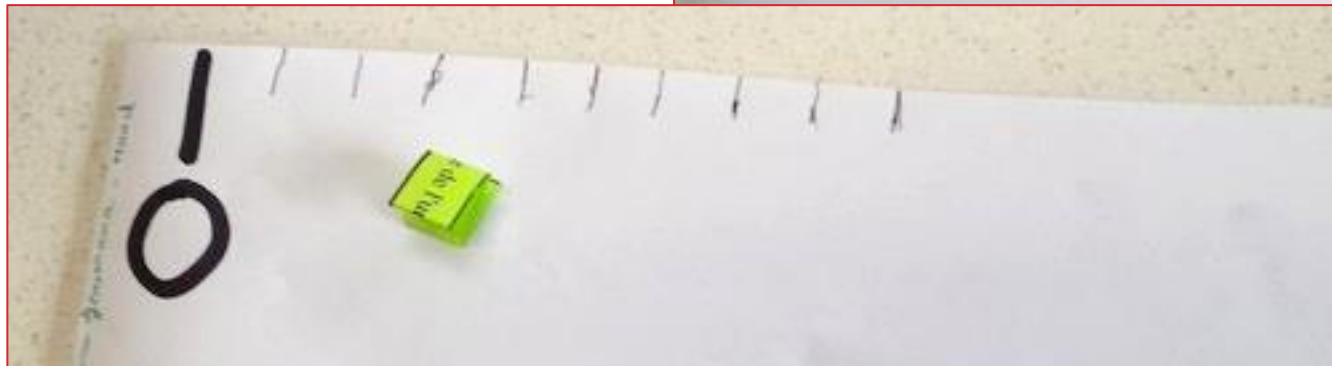
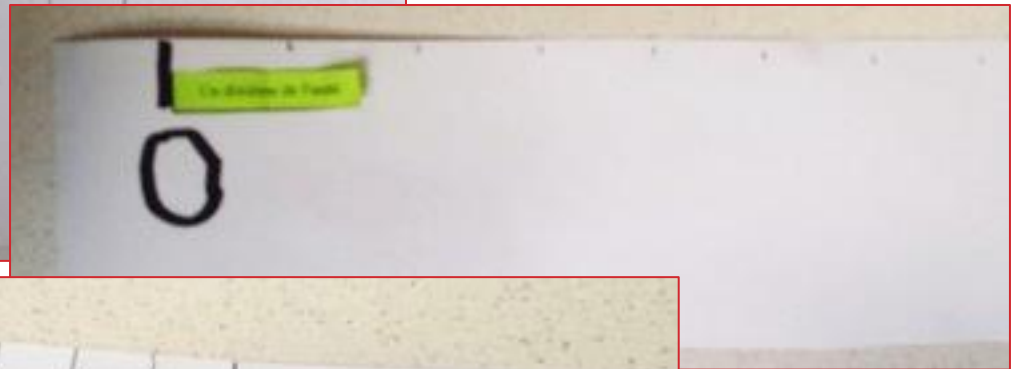
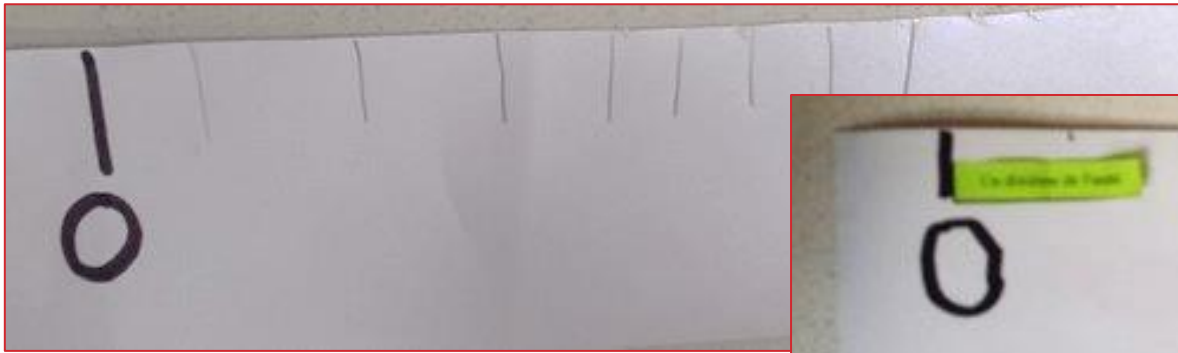
Activité 1 – construction de l'unité : A partir du dixième de l'unité donné, placer une unité sur la bande.



SITUATION "GRADUATIONS" (ERMEL CM2)

Utilisation erronée du dixième (*plié comme dans les situations précédentes*)

Placement "à l'œil" sans le dixième donné.

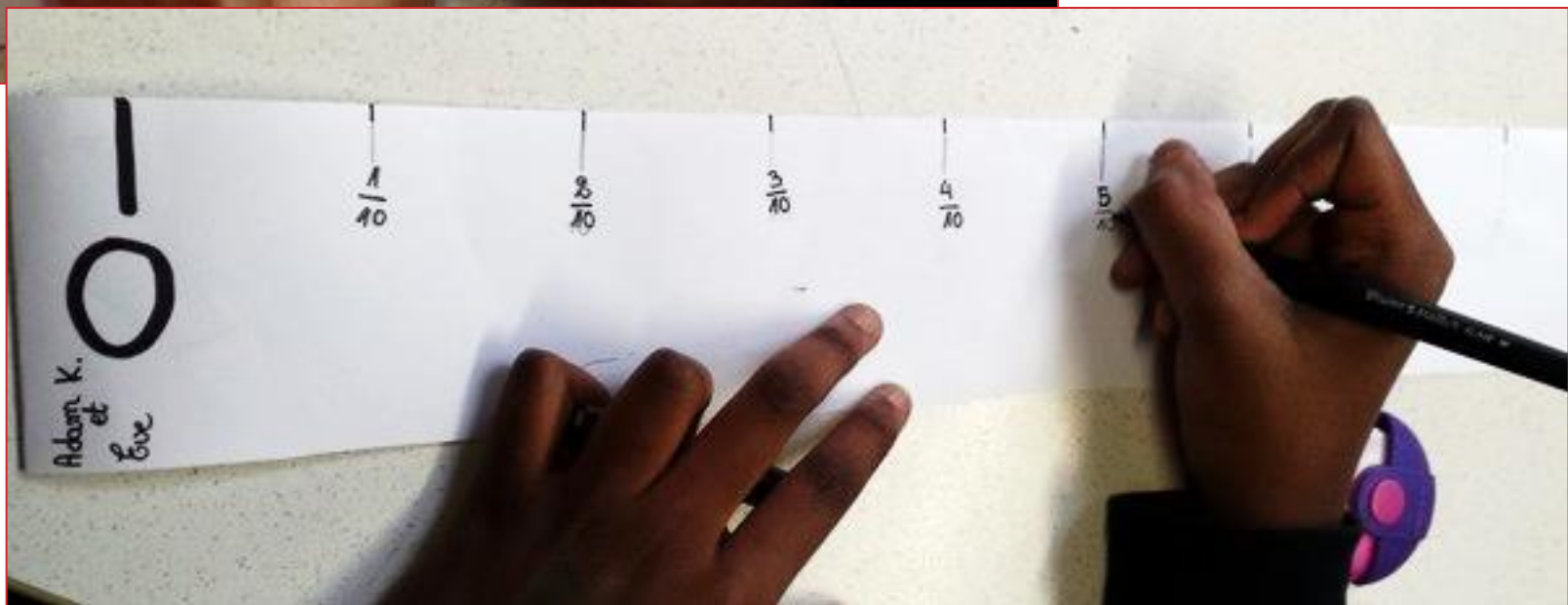


SITUATION "GRADUATIONS" (ERMEL CM2)



Sur la bande, placer 2 et 3 unités.

- Pliage de la bande pour reporter unité.
- Report du dixième

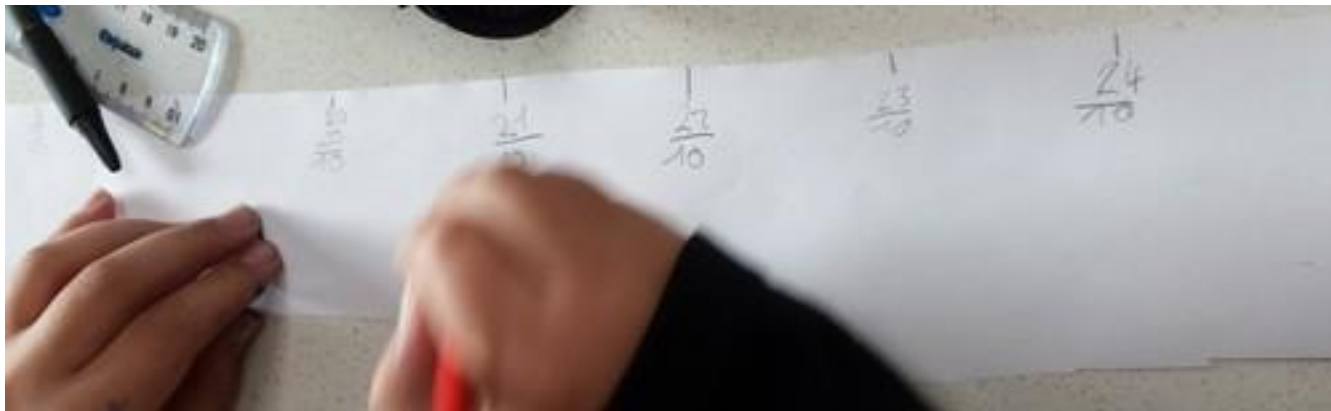


SITUATION "GRADUATIONS" (ERMEL CM2)

Activité 2 – placement sur la droite graduée : Utilisation des unités placées et du dixième.

$$\frac{8}{10}$$

$$\frac{27}{10}$$



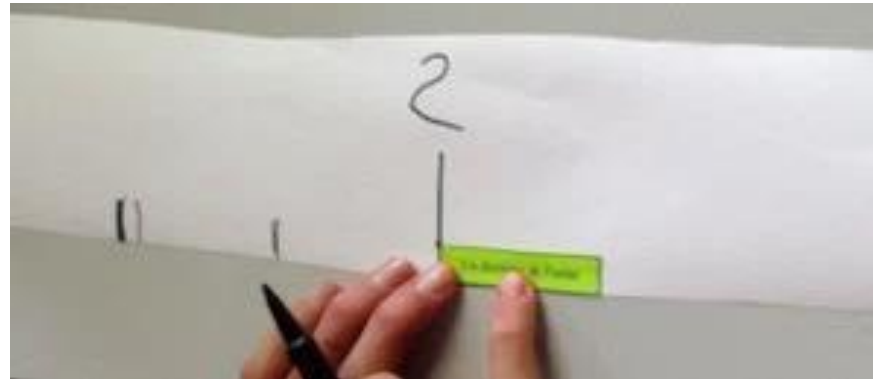
SITUATION "GRADUATIONS" (ERMEL CM2)

Travail sur les différentes égalités :

$$\frac{10}{10} = 1$$

$$\frac{8}{10} = 1 - \frac{2}{10}$$

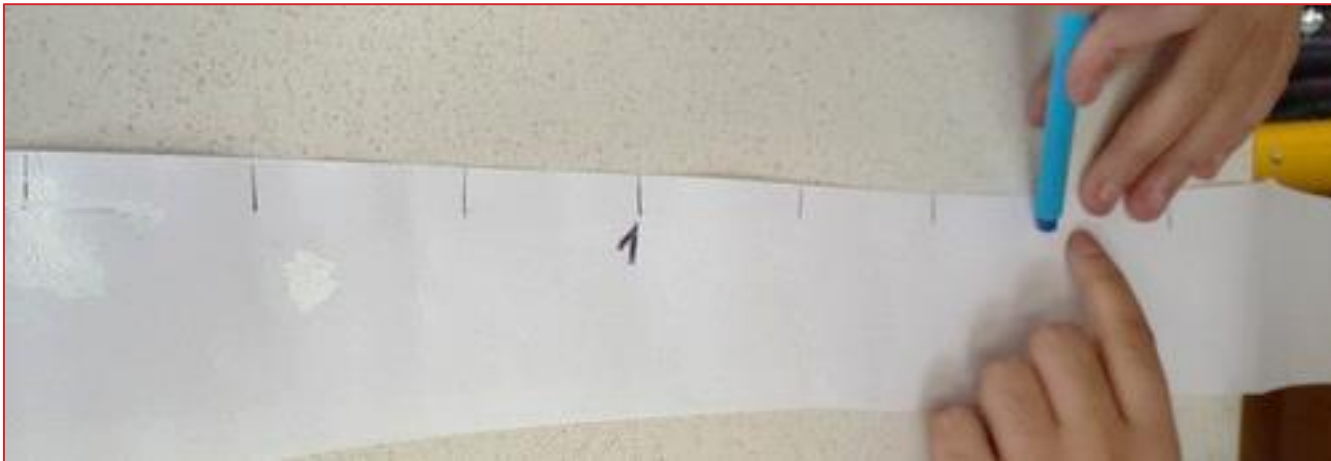
$$\frac{27}{10} = 2 + \frac{7}{10}$$



SITUATION "GRADUATIONS" (ERMEL CM2)

Activité 3 – aborder les centièmes :
Comment pourrions-nous placer ?

$$\frac{137}{100}$$



- "C'est plus grand que l'unité !
- On ne peut pas être précis.
- C'est 37/100 après 1.
- On le place après 13/10."

$$\frac{137}{100} = \frac{100}{100} + \frac{37}{100}$$

47

SITUATION "GRADUATIONS" (ERMEL CM2)

Appui sur les écritures et les décompositions, explicitation des relations utilisées :

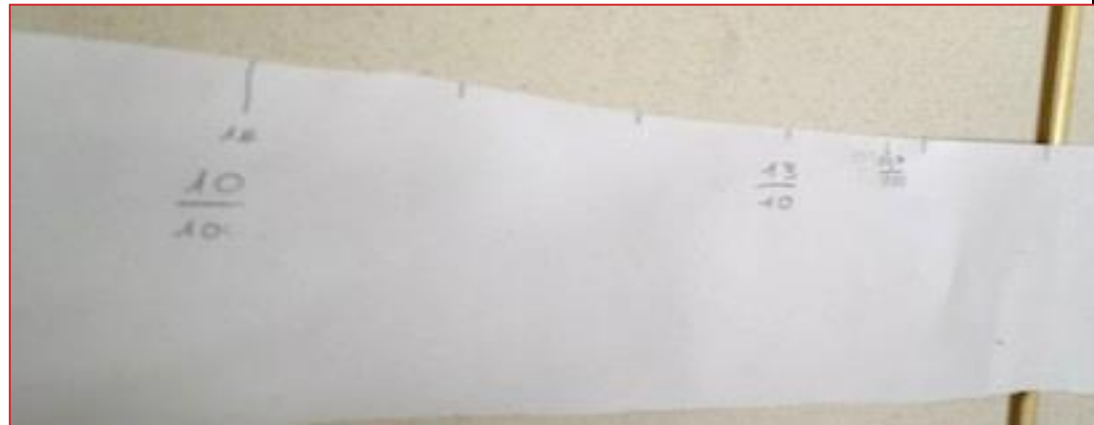
$$\frac{100}{100} = 1$$

$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$$

$$\frac{137}{100} = 1 + \frac{37}{100}$$

$$\frac{137}{100} = \frac{13}{10} + \frac{7}{100}$$

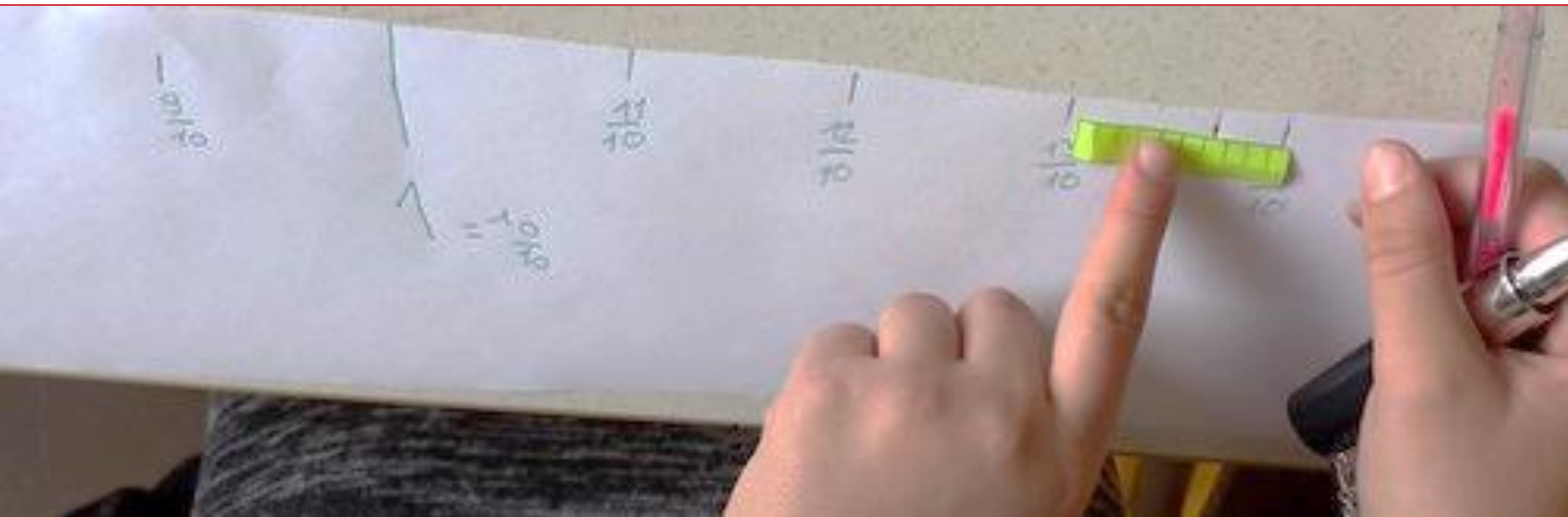
$$\frac{137}{100}$$



SITUATION "GRADUATIONS" (ERMEL CM2)

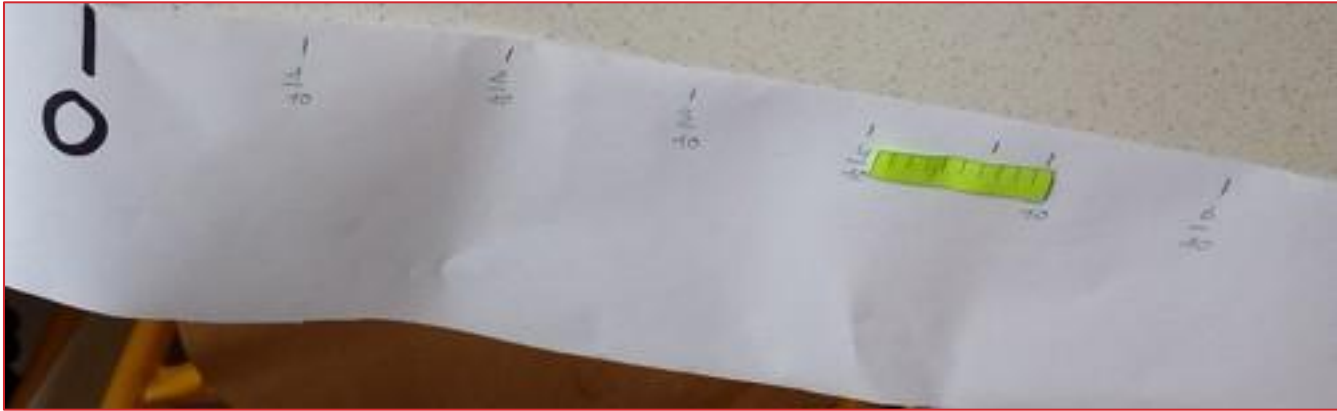
Utilisation d'un "nouveau" dixième gradué
en centièmes.

$$\frac{137}{100}$$



SITUATION "GRADUATIONS" (ERMEL CM2)

40
—
100



SITUATION "GRADUATIONS" (ERMEL CM2)

A l'issue de la séance, on dispose du matériel de référence pour les élèves et pour la classe ainsi qu'une trace écrite explicitant les relations entre fractions décimales.

Jeudi 26 janvier 2017
26/01/17

$1m = \frac{10}{10}$	$\frac{100}{100}$	$\frac{24}{10}$
$\frac{2}{10} = \frac{20}{100}$		$\frac{13}{10}$

1. $\frac{40}{40} = \frac{100}{100} = \frac{100}{100}$ 2. $\frac{20}{10} = \frac{20}{10}$ 3. $\frac{30}{10} = \frac{30}{10}$

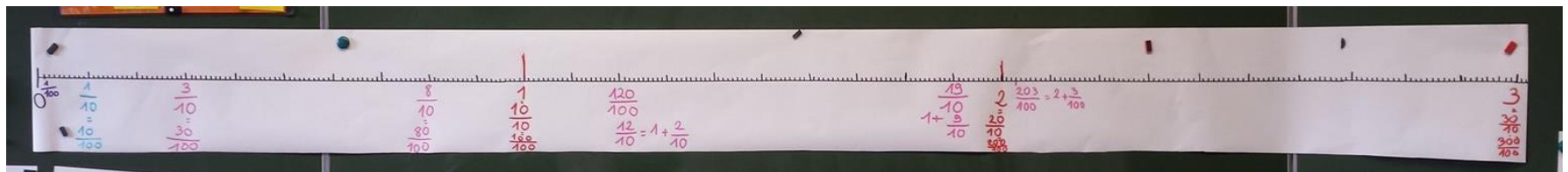
$\frac{10}{10} = 1 \text{ unité}$

$\frac{100}{100} = 1 \text{ unité}$

$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

FRACTIONS DÉCIMALES

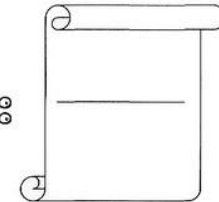
Le matériel de référence collectif est complété par une graduation en centièmes.



FRACTIONS DÉCIMALES

Le support du rituel "fraction du jour" évolue (droite graduée).

 LA FRACTION DU JOUR



JE TROUVE DIFFÉRENTES ÉCRITURES :

JE LA COMPARE AVEC L'UNITÉ : _____ 1

JE L'ENCADRE ENTRE DEUX ENTIERS : < _____ <

JE LA PLACE SUR LA DROITE GRADUÉE :



SITUATION

"FRACTIONS-ETIQUETTES"

Présentation du matériel.

Construction du nombre
indiqué sur la carte avec le
matériel unité.



Unité

Unité
partagée en
10 parts
égales

Unité
partagée en
100 parts
égales

2 unités et 6 centièmes	206 centièmes
26 dixièmes	$\frac{26}{100}$
$2 + \frac{6}{100}$	$\frac{20}{10} + \frac{6}{100}$

Source : Eduscol

http://cache.media.education.gouv.fr/file/Fractions_et_decimaux/41/8/RA16_C3_MATH_frac_dec_annexe_2_673418.pdf

COMPARER L'ECRITURE DES FRACTIONS DECIMALES

206 centièmes

100/100 100/100 6/10

$2u + \frac{6}{10}$

$\frac{20}{10} + \frac{6}{100}$

Unité Unité

$2u + \frac{6}{100}$

$\frac{2}{10} + \frac{6}{100}$

$\frac{26}{100}$

$\frac{100}{100} = \frac{100}{100}$

206 centièmes

$2u + \frac{6}{100}$

$\frac{26}{100}$

26 dixièmes

$\frac{26}{100}$

$\frac{20}{100}$ $\frac{6}{100}$

2 unités de 1 centièmes

26 dixièmes

$2u + \frac{6}{10}$

SITUATION "FRACTIONS-ETIQUETTES"

Construction de nombres (Annexe 2 Eduscol)
classe de CM2 G. Mastrot

unité en dixièmes unité en centièmes 10 en centièmes

6
 $\frac{6}{100}$
1
1

7 dixièmes

$\frac{1}{10}$
 $\frac{10}{10}$
 $\frac{100}{100}$

$\frac{120}{100}$
 $\frac{12}{10} = 1 + \frac{2}{10}$

$\frac{13}{10}$
 $\frac{10}{10}$
 $1 + \frac{3}{10}$

SITUATION "FRACTIONS- ETIQUETTES"

Affiche avec le
matériel de référence

Fractions décimales

	1 unite'
	1 unite' = $\frac{10}{10}$
	1 unite' = $\frac{100}{100}$
	$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

ENTRAÎNEMENTS SUR LES FRACTIONS DÉCIMALES

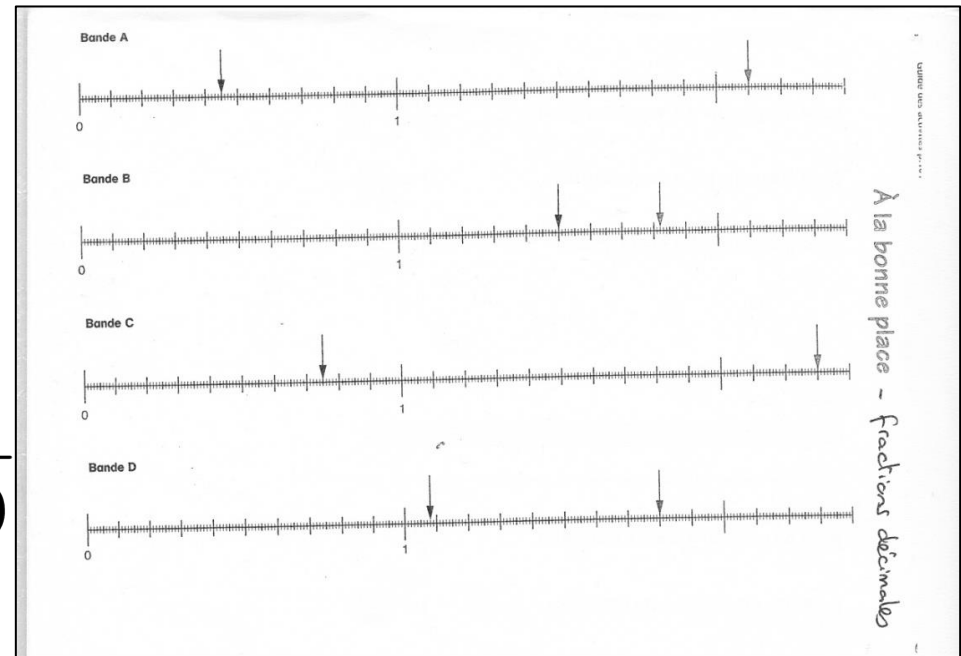
- Manipulation de différentes écritures (avec le matériel)
- Placement sur ligne graduée.
- Décompositions diverses (mise en évidence somme d'un entier et fraction décimale)

- Comparaison de fractions

- Calculs

Somme de $3 + \frac{8}{10}$ et $12 + \frac{9}{10}$

- Questions "flash" (diapo suivante)



QUESTIONS FLASH

- Combien de dixièmes dans $\frac{352}{100}$?
- Quel est le chiffre des dixièmes dans $\frac{734}{100}$?
- Calculer : 3 fois $\frac{42}{10}$
- Un dixième partagé en 10, c'est ...
- 100 fois un dixième, c'est ...
- Deux fois un dixième c'est : a) un centième b) un vingtième c) deux dixièmes d) deux vingtièmes
- La moitié de la moitié de l'unité, c'est ...
- La moitié de l'unité plus la moitié de l'unité, c'est ...
- Lecture de représentations de fractions diverses ou de situations du type « réglette cuisenaire » (cf situation 1)
- En calcul en ligne, calcul de périmètres (cf situation 4)
- En calcul en ligne : 2 unités et 57 centièmes + 5 unités et 8 dixièmes = ?
- En calcul en ligne : 35 dixièmes – 13 centièmes = ?
- En calcul en ligne : « À la boulangerie j'achète 3 croissants à 1,10 €, 2 baguettes à 80 centimes et une brioche à 4,40 €. Quel est le montant de mes achats ? »
- Donner plusieurs autres écritures de : « le quart de 13 unités »
- Donner plusieurs autres écritures de : « 13 quarts de l'unité »
- Quel est le nombre d'unités dans 6 dizaines et 60 dixièmes ?
- Quel est le chiffre des unités dans 6 dizaines et 60 dixièmes ?
- Combien y a-t-il de millimètres dans 15 cm ?
- Quel est le nombre entier compris entre $\frac{328}{100}$ et 43 dixièmes ?

POINTS DE VIGILANCE

- **Aborder les fractions décimales dans une continuité avec les fractions simples et dans l'optique des écritures à virgule.**
- **Travailler les 2 grandeurs (surface et longueur).**
- **Utiliser l'oral, s'appuyer sur l'oral.**
- **Construire un matériel de référence qui servira pour les écritures à virgule.**
- **Créer des images mentales pour se représenter le centième comme dix fois plus petit que le dixième (importance du matériel).**
- **Apporter de l'aisance sur les écritures : *passer de 730 centièmes à 73 dixièmes et à 7 unités et 3 dixièmes.***

FORMATION DE FORMATEURS

1. Présentation
2. Mise au point en mathématiques
3. Thème 1 : les fractions usuelles
4. Thème 2 : les fractions décimales
5. **Thème 3 : l'écriture décimale d'un nombre décimal**
 - Etapes pour introduire cette écriture
 - Formulation des règles : comment mieux dire ?
 - Analyse de copies d'élèves
6. Synthèse

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

1. Etapes pour introduire

On n'introduit pas un nouveau nombre mais une nouvelle écriture... qui a mis du temps à émerger dans notre Histoire...

A quoi sert la virgule ?

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

1. Etapes pour introduire (Ermel, CM1, 3^e phase de la droite graduée 2...!)

Placer dans un tableau de numération

➤ Un entier

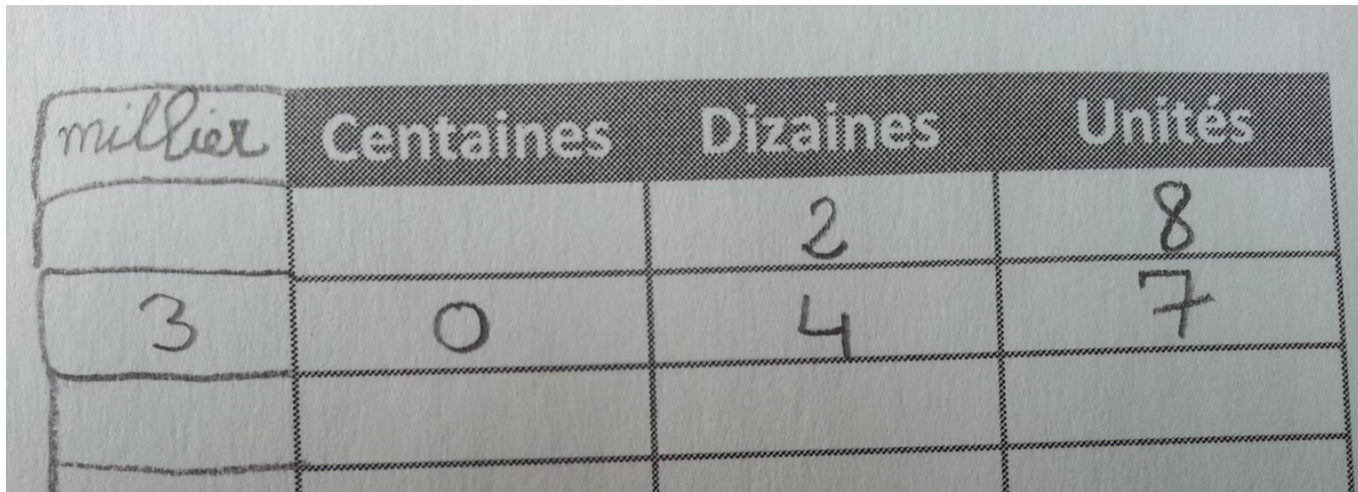
Centaines	Dizaines	Unités
	2	8

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

1. Etapes pour introduire

Placer dans un tableau de numération

- Un entier
- Un entier qui nécessite l'ajout d'une colonne



A handwritten numerical table with four columns: *millier*, Centaines, Dizaines, and Unités. The table contains the following values:

<i>millier</i>	Centaines	Dizaines	Unités
		2	8
3	0	4	7

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

1. Etapes pour introduire

Placer dans un tableau de numération

- Un entier
- Un entier qui nécessite l'ajout d'une colonne
- Un entier sous sa forme fractionnaire

millier	Centaines	Dizaines	Unités
		2	8
3	0	4	7
			3

car $\frac{30}{10} = 3$

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

1. Etapes pour introduire

Placer dans un tableau de numération

- Un entier
- Un entier qui nécessite l'ajout d'une colonne
- Un entier sous sa forme fractionnaire
- Un nombre décimal non entier sous sa forme fractionnaire qui nécessite l'ajout d'une colonne

A handwritten numerical chart with five columns: *millier*, Centaines, Dizaines, Unités, and *dixième*. The chart contains the following numbers:

<i>millier</i>	Centaines	Dizaines	Unités	<i>dixième</i>
		2	8	
3	0	4	7	
			3	<i>car</i>
			3	5

There is a vertical note on the right side of the chart: $\frac{2}{10}$.

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

2. Formulation des règles : comment mieux dire ?

Dans les classes, quelle est la règle souvent donnée pour multiplier un nombre décimal par 10, 100, 1000 ?

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

2. Formulation des règles : comment mieux dire ?

« Pour multiplier un nombre décimal par 10, on déplace la virgule d'un rang vers la droite. »

« Pour multiplier un nombre décimal par 100, on déplace la virgule de deux rangs vers la droite. »

« Pour multiplier un nombre décimal par 1000, on déplace la virgule de trois rangs vers la droite. »

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

2. Formulation des règles : comment mieux dire ?

« Pour multiplier un nombre décimal par 10, on déplace la virgule d'un rang vers la droite. »

...

Application à la lettre pour :

- $6,75 \times 10$ La règle marche.
- $6,75 \times 100$ La règle ne marche pas : disparition de la virgule
- $6,75 \times 1000$ La règle ne marche pas : disparition de la virgule et ajout de zéro

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

2. Formulation des règles : comment mieux dire ?

Evaluations 2008 : Entrée en 6^e

Exercice 30

a) Donne le résultat de 23×10

Réponse :**88,9% de
réussite**

b) Donne le résultat de $35,2 \times 100$

Réponse :**31,6 %
de
réussite**

28,9 % répondent
3500,2 ou 35,200 ou 3500,200

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

2. Formulation des règles : comment mieux dire ?

Dans un tableau de numération

	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
Nombre de départ		8	7	5	
Nombre multiplié par 10					

Le nombre se déplace sur la gauche...
Est-ce que la virgule bouge ? Non...

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

2. Formulation des règles : comment mieux dire ?

Qu'en est-il du sens ?

8 unités 7 dixièmes et 5 centièmes multipliés par 10...

Sur le sens, la virgule n'intervient pas.

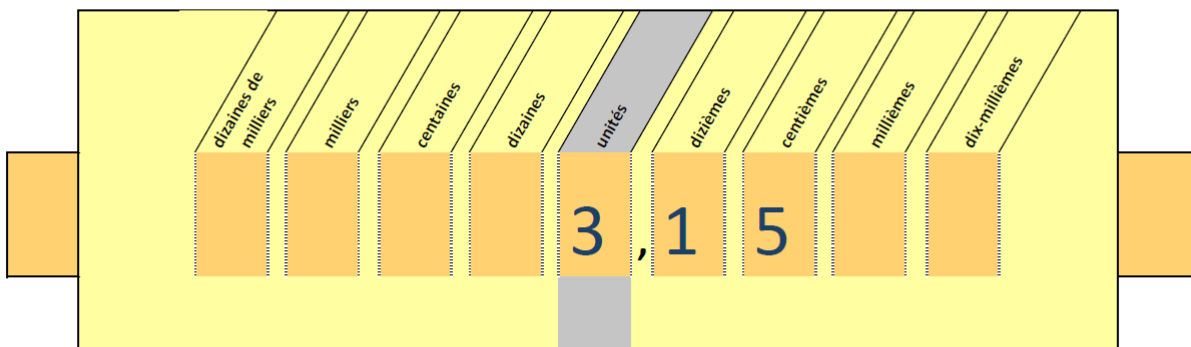
Chaque chiffre prend une valeur 10 fois supérieure.

Ce n'est pas la virgule qui se déplace mais le chiffre !

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

2. Formulation des règles : comment mieux dire ?

La glissière à nombres



http://cache.media.education.gouv.fr/file/Fractions_et_decimaux/42/2/RA16_C3_MATH_frac_dec_annexe_4_673422.pdf

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

2. Formulation des règles : comment mieux dire ?

La règle du déplacement de la virgule est incomplète; elle va à l'encontre de la compréhension du pourquoi de la règle, à l'encontre de l'usage du tableau.

Si on veut une règle, ce serait
« les chiffres se déplacent par rapport à... »,
« chaque chiffre change de valeur »,
« chaque chiffre prend une valeur 10 fois supérieure ».

Même règle pour les entiers et les décimaux.

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

Des points de vigilance

- On n'introduit pas un nouveau nombre mais une nouvelle écriture
- La virgule est un faux problème: « la traiter comme un détail. »
- Attention à la formulation des règles

Malgré tout...

des difficultés, des erreurs chez les élèves...

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

3. Analyse de copie d'élèves



THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

3. Analyse de copie d'élèves

Si on observe $4,73 > 4,9$

Sur quelle(s) règle(s)-recette des entiers l'élève s'est peut-être appuyé?

Point de vigilance Cycle 2

Point de vigilance Cycle 3

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

3. Analyse de copie d'élèves

Si on observe $4,73 > 4,9$

Sur quelle(s) règle(s)-recette des entiers l'élève s'est peut-être appuyé?

1. Longueur du nombre... Plus de chiffres

→ Point de vigilance Cycle 2

Comparer rang par rang

Eviter de parler de longueur des nombres

THÈME 3 : ÉCRITURE DÉCIMALE

3. Analyse de copie d'élèves

Si on observe $4,73 > 4,9$

Sur quelle(s) règle(s)-recette des entiers l'élève s'est peut-être appuyé?

2. Il a comparé 73 à 9.

Un nombre à virgule serait un couple d'entiers...

→ Point de vigilance Cycle 3

Comparer rang par rang (et non les parties décimales mis à la même taille)

Ne pas lire le nombre 4 virgule 73 mais...4 unités 7 dixièmes et 3 centièmes.

La partie décimale de 4,73 est...

Fractions simples	Fractions décimales	Nombres décimaux
Privilégier l'oral pour parler les fractions avant l'écriture fractionnaire	Travailler la graduation tout de l'année	On aborde une nouvelle écriture et non un nouveau nombre. Distinguer l'écriture du nombre...
Conserver l'oral au long de l'année	Entraîner les élèves à réactiver $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$	Définir le nombre décimal comme un nombre pouvant s'écrire comme une fraction décimale (et non comme un <i>nombre</i> à virgule)
Définir l'écriture des rapports de b divisé par b	Proposer des jeux et rituels pour entraîner	Réactiver le thème 2, l'écriture fractionnaire à l'écrit et à l'oral
Progression à partir de la période des fractions usuelles vers les fractions décimales	Proposer des supports variés pour travailler les grandeurs longuement en particulier pour les centièmes (situation 2 années)	Le discours du PE doit se focaliser sur les <i>rangs</i> : <ul style="list-style-type: none"> - Chiffre des unités (et non position de la virgule) - Chiffre prenant une valeur dix fois supérieure (et non ajout d'un zéro) : $56 \times 10 = 560$ - Chiffre prenant une valeur dix fois supérieure (et non la virgule qui se déplace) - 6 unités et 7 dixièmes (et non « 6 virgule 7 » ni « 67 sur 10 » !).
Importance de la séance et de l'attention de la séance de référence pour l'écriture comme une écriture	Institutionnaliser explicitement qu'un nombre a différentes écritures d'un nombre (cf. rituels fleurs)	...

MAGISTÈRE 2017-2018

1. **Présentation du Magistère Fractions usuelles** (30 min)
2. **Jeux et rituels : exemples de jeux, ressources des autres formateurs** (30 min)
3. **Compléter le Magistère par les fractions décimales et écriture décimale** (1h)

Ressources des formateurs : quelles ressources mutualiser ?

Magistère à compléter ou à créer ?

	MAGISTÈRE	PRÉSENTIEL
Fractions usuelles	Bande unité Vidéos et analyses des erreurs élèves jeux	
Fractions décimales		
Ecriture décimale		



MERCI DE VOTRE ATTENTION

Problématiques de formation

- **Anticiper les obstacles pour les élèves**
- **Privilégier l'oral**
- **Proposer des situations de référence pour susciter des images mentales**
- **Construire et utiliser un matériel varié**
- **Développer des rituels et des jeux**
- **Proposer des règles cohérentes**
- **Prévoir des temps de synthèses : bilans en fin de séance, institutionnalisation en cours de séquence**
- **Etablir une progression spiralaire**